

# Evaluación de conocimientos geométricos en futuros docentes de matemáticas. Estudio de caso de las generaciones 2018-2022 y 2019-2023

**Mario Alberto Quiñonez Ayala**

e-mail: mario.quinonez@unison.mx

Escuela Normal Superior, plantel Hermosillo

## Resumen

En el presente trabajo se comparte un análisis comparativo de los conocimientos geométricos en las nuevas generaciones de docentes de matemáticas de secundaria, enfatizando que los sujetos de estudio son los alumnos formados en la Escuela Normal Superior plantel Hermosillo y representan a las primeras dos generaciones del plan de estudio 2018. El análisis propuesto se obtiene a partir de los contenidos tratados en el curso de razonamiento geométrico, específicamente en el contenido temático de rectas y puntos notables del triángulo. La información que se comparte se procesa a partir de la incorporación de la teoría de Van Hiele para el desarrollo del curso, además del diseño de instrumentos complementados por la Taxonomía de Bloom. En el contexto de la investigación, se resalta la importancia de incorporar estrategias metodológicas que permitan reflexionar sobre la reciente reestructuración de los planes de estudio y los resultados obtenidos en las primeras experiencias

**Palabras clave:** Escuela normal, conocimiento geométrico, educación universitaria.

Recibido 31 de enero de 2021

Aceptado 19 de abril de 2021

## Introducción

El presente trabajo se organiza en cuatro apartados, en el primero se presenta el planteamiento del problema, donde se destaca el contexto de la investigación y la influencia de la reforma reciente en los planes y programas de estudio en la educación normalista, como conclusión del planteamiento se determina que la investigación se acota al estudio de puntos y rectas notables del triángulo, que son parte del curso de razonamiento geométrico de primer semestre del programa de licenciatura en enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En un segundo apartado, se presentan los referentes teóricos principales que fueron elegidos, tanto como metodología para el desarrollo del curso, como para la construcción de indicadores que fundamentan el trabajo. En el apartado se presenta la teoría de Van Hiele y sus componentes para dirigir la intervención docente, además de armonizar con el contenido temático del curso de razonamiento geométrico. En cuanto a la construcción de indicadores, se elige y presenta la taxonomía de Bloom como la directriz para el diseño de instrumentos y la presentación de conclusiones del trabajo.

En la tercera sección se describe la metodología, se incluye una reflexión sobre el tipo de investigación y se presentan los instrumentos para la recopilación de información, donde se destacan un examen de opción múltiple sobre conceptos clave del curso y una segunda herramienta sobre proposiciones que relacionan los conceptos anteriores. Esta sección concluye con la precisión de las características de los participantes y las condiciones generales de la investigación.

En un último apartado, titulado análisis de los resultados se profundiza sobre las respuestas de los sujetos de estudio y las consideraciones hechas para la generación de conclusiones. En este punto se destaca la principal

aportación del trabajo, que consiste en una propuesta metodológica para la integración de los marcos teóricos sugeridos, así como su uso para explicar intervenciones didácticas en otras asignaturas.

## Planeamiento del problema

Como parte de la estrategia de fortalecimiento y transformación de las escuelas normales, la DGEsUM (Dirección General de Educación Superior para el Magisterio), implementó en 2018 una reestructuración del plan de estudios para el desarrollo de los futuros docentes de educación básica en el país. La nueva propuesta académica ha sido ofrecida a las primeras tres nuevas generaciones de docentes, las cuales cursan actualmente el segundo, cuarto y sexto semestre de sus respectivos programas, por lo que es indispensable evaluar su impacto y su correspondencia con las nuevas expectativas de egreso. En este contexto se formaliza la necesidad de estudiar los efectos de las modificaciones curriculares, partiendo de la incidencia de las estrategias docentes en el aprendizaje de los alumnos en las escuelas normales, por lo que se reflexiona puntualmente en la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas (LEAM).

Reconociendo la variedad de aspectos que se pueden considerar para evaluar las estrategias docentes, sumado con las responsabilidades propias asociadas al aprendizaje de los alumnos, es necesario dimensionar el alcance, por lo que se optó por seleccionar una de las principales novedades del nuevo plan de estudios, el trayecto formativo de enseñanza y aprendizaje (Figura 1), el cual representa el bloque de la malla curricular sobre aspectos que van desde el dominio conceptual e instrumental de la disciplina, hasta su pedagogía y didáctica específica para desarrollar una práctica docente de calidad (DEGESUM, 2018).

Figura 1. Plan de estudios 2018 del programa de LEAM

Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria							
1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
Desarrollo en la adolescencia 4 h / 4.5	Desarrollo socioemocional y aprendizaje 4 h / 4.5	Planeación y evaluación 6 h / 6.75	Neurociencia en la adolescencia 4 h / 4.5	Educación inclusiva 4 h / 4.5	Fundamentos de la educación 4 h / 4.5	Retos actuales de la educación en México 4 h / 4.5	Aprendizaje en el Servicio 20 h / 6.4
Problemas socioeconómicos y políticos de México 4 h / 4.5	Teorías y modelos de aprendizaje 4 h / 4.5		Gestión del centro educativo 4 h / 4.5	Metodología de la investigación 4 h / 4.5	Pensamiento pedagógico 4 h / 4.5	Modelación 4 h / 4.5	
Pensamiento algebraico 4 h / 4.5	Álgebra y funciones 4 h / 4.5	Teoría de la aritmética 4 h / 4.5	Trigonometría 4 h / 4.5	Estadística inferencial 4 h / 4.5	Cálculo diferencial 4 h / 4.5	Cálculo integral 6 h / 6.75	
Sentido numérico 4 h / 4.5	Magnitudes y medidas 4 h / 4.5	Pensamiento estocástico 4 h / 4.5	Geometría plana y del espacio 4 h / 4.5	Geometría analítica 4 h / 4.5	Trabajo multidisciplinar con la física 4 h / 4.5	Proyecto multidisciplinar 4 h / 4.5	
Razonamiento geométrico 4 h / 4.5	Tratamiento de la información 4 h / 4.5	Didáctica de las matemáticas en la educación básica 6 h / 6.75	Innovación en la enseñanza de las matemáticas 4 h / 4.5	Matemáticas en la ciencia y tecnología 4 h / 4.5	Historia y filosofía de las matemáticas 4 h / 4.5	Didáctica de las matemáticas en la educación obligatoria 6 h / 6.75	
	Optativo 4 h / 4.5	Optativo 4 h / 4.5	Optativo 4 h / 4.5	Optativo 4 h / 4.5	Optativo 4 h / 4.5		
Herramientas para la observación y análisis de la escuela y comunidad 4 h / 4.5	Observación y análisis de la cultura escolar 4 h / 4.5	Práctica docente en el aula 6 h / 6.75	Estrategias de trabajo docente 6 h / 6.75	Innovación para la docencia 6 h / 6.75	Proyectos de intervención docente 6 h / 6.75	Práctica profesional y vida escolar 6 h / 6.75	
<b>30 h / 33.75</b>	<b>34 h / 38.25</b>	<b>36 h / 40.5</b>	<b>36 h / 40.5</b>	<b>36 h / 40.5</b>	<b>36 h / 40.5</b>	<b>30 h / 33.75</b>	
Inglés. Inicio de la comunicación básica 6 h / 6.75	Inglés. Desarrollo de conversaciones elementales 6 h / 6.75	Inglés. Intercambio de información e ideas 6 h / 6.75	Inglés. Fortalecimiento de la confianza en la conversación 6 h / 6.75	Inglés. Hacia nuevas perspectivas globales 6 h / 6.75	Inglés. Convertirse en comunicadores independientes 6 h / 6.75		
Trayecto formativo <b>Bases teórico metodológicas para la enseñanza</b>	Trayecto formativo <b>Formación para la enseñanza y el aprendizaje</b>	Trayecto formativo <b>Práctica profesional</b>	Trayecto formativo <b>Optativos</b>	5 cursos optativos para cursarse del 2° al 6° semestre, con 4 horas y un valor de 4.5 créditos cada uno.	El trabajo de Titulación tiene un valor de 10.8 créditos, en cualquiera de las modalidades.		

Fuente: DEGESUM ([www.cevie-dgespe.com/index.php/planes-de-estudios-2018/120](http://www.cevie-dgespe.com/index.php/planes-de-estudios-2018/120))



Se elige el curso de razonamiento geométrico y se aprovecha que ha sido una asignatura con la que se ha podido trabajar con las dos primeras generaciones de estudiantes del plan de estudios 2018, además de que contiene componentes disciplinares y didácticos como parte del curso, por lo que invita al estudiante a experimentar una clase de matemáticas, para posteriormente incorporar momentos de reflexión didáctica, donde se le acercan componentes teóricos que le permitan analizar lo sucedido durante la sesión, similar a un proceso cíclico de aprendizaje y metacognición. En un intento de armonizar la práctica docente y la posibilidad de evaluarla, se incorporaron a la planeación de la materia los elementos teóricos de metacognición propuestos en el programa de la misma, la teoría de Van Hiele, la cual se indica como un tema de la tercera unidad de aprendizaje (SEP, 2018).

Con el contexto previamente presentado, se anticipan momentos clave durante el desarrollo del curso para evaluar la forma de trabajo y su efecto, con la intención de incorporar mejoras en la práctica. En cuanto al desarrollo de la investigación, se realiza de forma paralela a la planeación didáctica y se culmina al completar el curso de razonamiento geométrico con la segunda generación del plan de estudios 2018.

Por la diversidad de aspectos que pueden ser considerados para el trabajo, se optó por restringir el análisis comparativo de los conocimientos geométricos, exclusivamente a la temática de puntos y rectas notables de triángulos, además de utilizar la información en modificaciones que se deben incorporar para un desarrollo más eficiente del curso (razonamiento geométrico). Por lo que los objetivos que se plantean como guía son los siguientes:

- Identificar los conocimientos geométricos sobre los puntos y rectas notables de triángulos que poseen los futuros docentes de matemáticas.
- Comparar los conocimientos geométricos, sobre puntos y rectas notables de triángulos, en distintas generaciones de docentes (generaciones 2018-2022 y 2019-2023).
- Evaluar la práctica docente a partir de las diferencias en la formación geométrica de los futuros docentes.

## Marco Teórico

En el apartado se exponen referencias que aportan elementos de análisis y recomendaciones, además de que se considera que están en armonía con los componentes del plan de estudio 2018. Las corrientes teóricas que se destacan para organizar el trabajo de investigación son: la teoría de Van Hiele y la taxonomía de Bloom. Van Hiele (1957) presenta en su trabajo una descripción sobre distintos niveles de comprensión en geometría, a partir de habilidades medibles de los estudiantes. En la actualidad, la teoría de Van Hiele ha sido generalizada a otras ramas de la Matemática y enriquecida con diversos principios cognitivos de corrientes educativas modernas (Chacara, 2004; Gutiérrez, 1993 y Jaime, 1993). Bloom (1956) presenta, por su parte, un sistema de clasificación de los aspectos cognitivos que manifiesta el estudiante, el cual se compone de una estructura jerárquica que va de lo más simple a lo más complejo.

### Teoría de Van Hiele

La teoría de Van Hiele aporta reflexiones sobre el por qué los alumnos tienen problemas para la comprensión de la geometría, sugerencias sobre el orden del contenido geométrico y las características de las actividades que los alumnos deben experimentar para favorecer su aprendizaje. Las aportaciones más significativas de la teoría son la distinción de cinco niveles de razonamiento por los que transita un estudiante durante el



desarrollo de la comprensión geométrica y las fases de aprendizaje que permiten una apropiación de cada nivel.

### **Niveles de razonamiento de Van Hiele**

Los alumnos que se ubican en el primer nivel de comprensión geométrico, llamado reconocimiento, reconocen objetos geométricos por su apariencia global, por lo que se clasifican con base a sus semejanzas y diferencias globales entre ellos, son incapaces de reconocer los componentes o propiedades de los objetos, además de clasificar los objetos mediante el uso de elementos no comunes o irrelevantes. El segundo nivel recibe el nombre de análisis, es donde el individuo incorpora terminología técnica y es capaz de identificar las propiedades de los objetos, aunque es capaz de utilizar la información para comparar objetos y deducir nuevas relaciones de manera informal y a partir de la experimentación, no se realizan clasificaciones lógicas ni se relacionan las propiedades entre sí. El nivel tres es denominado clasificación y es donde los alumnos ordenan de manera lógica las propiedades de los objetos, utilizando cadenas cortas de deducción y comprenden las relaciones entre propiedades y figuras, las incorporaciones del nivel le permiten reconocer el papel de las definiciones y los requisitos de una definición correcta, incluso es capaz de transformar definiciones incompletas en definiciones completas o formular definiciones económicas y correctas para un objeto, además del uso explícito de la forma lógica "Si...entonces" en la formulación y tratamiento de conjeturas, así como el uso implícito de reglas lógicas sin ser capaz de realizar razonamientos lógicos formales o requerir su necesidad.

En el cuarto nivel, llamado deducción, los alumnos materializan el papel lógico y deductivo de las matemáticas, comprendiendo la estructura axiomática de la disciplina, por lo que son capaces de desarrollar secuencias largas de proposiciones y aceptar la posibilidad de definiciones equivalentes. En la descripción hecha por Van Hiele, se plantea la existencia de un quinto nivel (rigor), cuya principal característica es la capacidad para manejar, analizar y comparar distintos sistemas axiomáticos. La consideración del nivel 5 de Van Hiele fue descuidada por distintas investigaciones, ya que sólo era del alcance de profesionales en matemáticas y algunos estudiantes adelantados, lo restrictivo del público hizo poco práctica su incorporación en algunos trabajos.

Dentro de las consideraciones que deben tomarse en cuenta al utilizar la Teoría de Van Hiele como modelo metodológico, es necesario mencionar que el orden de avance de los alumnos es progresivo y jerarquizado; es decir, no se puede alcanzar un determinado nivel sin antes haber pasado por el anterior, además de que, para situarse en un determinado nivel de pensamiento superior, es necesario exteriorizar los elementos que se manejaban como internos en el nivel anterior. Aunque la intención de los niveles es clasificar a partir de características generales de las capacidades de los estudiantes, no quiere decir que si dos alumnos se sitúan en un mismo nivel tengan el mismo conocimiento, sino que son capaces de entenderse por la similar forma de razonar, lo cual se debe al lenguaje propio de cada nivel, tanto en símbolos lingüísticos como en el tipo de relaciones que conectan esos símbolos.

### **Fases de Aprendizaje**

Como recomendación para los profesores, en cada nivel de Van Hiele se presentan cinco fases de aprendizaje que apoyan la concreción del nivel, además de promover un avance gradual al interior de cada uno de ellos. Las fases representan un esquema para organizar la enseñanza, con la intención de facilitar el alcance de un nivel de razonamiento de Van Hiele superior. La primera fase, de información, es la instancia donde el estudiante es notificado sobre el panorama general de las actividades a realizar, planteando los objetivos



buscados en el tema, el campo de investigación y el tipo de problemas a resolver. En cuanto al profesor, esta fase es útil para indagar sobre los conocimientos previos con los que cuentan los alumnos (o su nivel de razonamiento), para reconocer su capacidad de desenvolvimiento ante determinadas tareas. La segunda fase es la de orientación dirigida, durante la cual se suministra material por el profesor y una serie de instrucciones definidas, donde se promueven diversas actividades para que el estudiante explore y descubra ciertos conceptos y propiedades fundamentales del área de estudio. Al concluir la exploración es necesario un espacio de explicitación, el cual representa la tercera fase de aprendizaje, permitiendo la socialización de lo descubierto en las etapas previas, además de homogeneizar sobre la variedad de símbolos y técnicas utilizadas, en esta instancia es necesario acordar la simbología permitida y fomentar la expresión precisa de los alumnos.

Para afianzar y completar las reflexiones hechas, durante la cuarta fase, es necesaria la elaboración de tareas que pongan en juego los conocimientos adquiridos, este tipo de problemas son más libres que los planteados en la fase dos y se denomina orientación libre, con la finalidad de que los estudiantes apliquen sus nuevos conocimientos, además de aprender propiedades (más complejas) y que logren relacionarlas con otras. La última fase se llama integración y se ejecuta con la finalidad de obtener una perspectiva global y uniforme en el salón de clases, el profesor debe solicitar un resumen de lo explorado (ya sea con discusiones, actividades o discursos propios) con la intención de lograr una integración completa de lo aprendido, la pretensión de la fase es la acumulación global de lo trabajado para tomarse como la primera fase del siguiente nivel (información).

Aunque las fases tienen un carácter cíclico; en otras palabras, son las mismas y siguen el mismo orden para cada uno de los niveles; existe una diferencia sustancial entre los contenidos, el lenguaje, los argumentos y los procedimientos de cada nivel (sugiriendo una metodología de trabajo, pero modificando el contenido involucrado en cada nivel).

### **Taxonomía de Bloom**

Una vez descrita la teoría de Van Hiele, es necesario clasificar el desempeño dentro de cada nivel, por lo que se incorpora la taxonomía de Bloom sobre objetivos de aprendizaje cognitivos. La clasificación propuesta reconoce la existencia de seis niveles o fases diferenciadas que el alumno debe ser capaz de superar para asegurar el aprendizaje. El primer nivel de conocimiento se refiere a la capacidad de recordar hechos, estructuras, esquemas sin apoyo de ninguna especie, por lo que requiere que el alumno repita datos, teorías o principios en su forma original. El segundo nivel es de comprensión, esta etapa se refiere a la capacidad de abstracción, ya que el individuo puede traducir o parafrasear las versiones originales de la información, además de extrapolación de la misma, anticipando implicaciones o consecuencias. El nivel tres recibe el nombre de aplicación, donde aparecen los mismos principios del nivel previo y la diferencia radica en la incorporación de elementos innovadores y que el proceso de abstracción se asocia con situaciones particulares y concretas. El cuarto nivel se denomina análisis, donde se destaca la descomposición de la problemática en partes y el descubrimiento de las relaciones entre ellas, haciendo explícita la estructura y jerarquía de los componentes. El quinto nivel se llama síntesis y la característica común de las situaciones que se resuelven es que requieren la capacidad de trabajar con fragmentos o partes, los cuales son organizados, ordenados y combinados para producir un esquema o estructura que no estaba presente previamente. El último nivel es de evaluación, donde se requiere formular juicios sobre el valor de los materiales y métodos.



## Metodología

La intención de este apartado se concentra en la determinación de las características de la investigación, la descripción general de los elementos utilizados para evaluar el pensamiento geométrico de los estudiantes, asignando con ello un nivel de razonamiento de Van Hiele y una categoría de la taxonomía de Bloom. Un foco de interés adicional se compone por las consideraciones para el diseño de los instrumentos y las condiciones de recopilación y procesamiento de la información.

### Tipo de investigación

Al reconocer que la investigación surge de la necesidad de sistematizar la práctica docente e incidir positivamente en una comunidad se cataloga como IAP (investigación acción participativa), partiendo de que el investigador es un participante de la realidad social que se pretende modificar, además de la toma de decisiones asociadas a beneficiar al colectivo. El trabajo se cataloga con un enfoque mixto, pero predominantemente cuantitativo, ya que el diseño de instrumentos, su tratamiento y conclusiones se basan en información generalizable y procesada numéricamente.

### Criterio de restricción del tema de estudio y contexto

Primeramente, el tema seleccionado para el estudio es el de rectas y puntos notables de triángulos, por lo que se diseñaron actividades acordes a las fases de aprendizaje y niveles de razonamiento de Van Hiele, las cuales son compatibles con las temáticas del curso de primer semestre de Razonamiento Geométrico, el cual es parte del plan de estudios 2018 y perteneciente al trayecto formativo de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Por la demanda académica, los sujetos de estudio son alumnos pertenecientes a la Escuela Normal Superior plantel Hermosillo y miembros de las generaciones 2018-2022 y 2019-2023 de la licenciatura en enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, el primer grupo está compuesto por 24 participantes y el segundo por 35 estudiantes (profesores en formación). El profesor investigador fue el responsable del curso para ambas generaciones por lo que incorporó actividades similares para ambos grupos, con modificaciones menores asociadas a necesidades específicas.

Como parte del contenido de la asignatura se menciona la introducción a la teoría de Van Hiele durante la tercera unidad, por lo que se recurrió a la implementación de la metodología durante el desarrollo del curso para favorecer su análisis en la etapa final del curso. Enseguida se muestran las tablas 1 y 2, donde se presenta el desarrollo de los primeros dos niveles, en los cuales se desarrolla el tema de “Baricentro” y “Medianas” y fueron utilizadas como guía para el desarrollo de las primeras sesiones del tema “rectas y puntos notables de triángulos”.

Tabla 1. Ajustes metodológicos para el estudio de rectas y puntos notables con las fases de aprendizaje de la teoría de Van Hiele (Nivel uno)

TEMA: “Baricentro (Centro de gravedad)”	
Fase	Actividades
Fase 1 (Información)	El profesor introduce el concepto de <i>centro de gravedad</i> , mediante la solicitud de que los alumnos mantengan el equilibrio al sostenerse sobre un pie que hace contacto con una pared lateral del aula. Se coordina la integración de las nociones comunes relacionadas con una lluvia de ideas.



Fase 2 (Orientación dirigida)	A partir de figuras triangulares hechas en papel cascaron (cinco para cada alumno) y palos de madera, el profesor solicita a los alumnos que sostengan a la figura mediante el uso de los palos de madera, además de marcar los puntos donde es posible sostener la figura.
Fase 3 (Explicitación)	Los estudiantes intercambian las figuras y validan los puntos identificados por sus compañeros, posteriormente discuten sobre las estrategias para la ubicación de los puntos de interés y se resalta la “unicidad” de los puntos elegidos.
Fase 4 (Orientación Libre)	Utilizando los triángulos de los compañeros, los alumnos deben identificar las “líneas de equilibrio”, las cuales se definen como líneas rectas que también sostienen a la figura en equilibrio, se propone el uso de los palos de madera en forma horizontal o el uso del ancho de las reglas del juego geométrico. Asociado a la misma tarea, se solicita que se vuelvan a intercambiar las figuras para que sean validadas por otros miembros del grupo.
Fase 5 (Integración)	El profesor induce al estudiante a resumir lo observado, enfatizando: -La distribución homogénea del peso al utilizar el centro de gravedad. -La unicidad del centro de gravedad en cada figura (triángulo). -La existencia de una infinidad de líneas de equilibrio -El reconocimiento que “todas” las líneas de equilibrio pasan por el centro de gravedad.

Tabla 2. Ajustes metodológicos para el estudio de rectas y puntos notables de triángulos con las fases de aprendizaje de la teoría de Van Hiele (Nivel dos)

TEMA: “Medianas (Líneas de equilibrio)”	
Fase	Actividades
Fase 1 (Información)	A partir de una lluvia de ideas, el profesor enlista las características de los elementos intervinientes de la actividad previa (centro de gravedad, líneas de gravedad y el peso como elemento conector).
Fase 2 (Orientación dirigida)	Se proyectan triángulos con diferentes características (acutángulo, rectángulo, obtusángulo, isósceles, equilátero y escaleno) y se solicita a los estudiantes que anticipen el punto donde se encontrará el “centro de gravedad”
Fase 3 (Explicitación)	Los estudiantes socializan las propuestas de ubicación, posteriormente discuten sobre las características de los puntos elegidos para asegurar que representa la posición del centro de gravedad. Se incorpora la componente “peso” en el análisis y se dirige la discusión para que el alumno asocie área con peso, considerando que las figuras de papel cascarón son prismas “delgados”, por lo que el ancho se puede desprestigiar al ser el mismo en todas las figuras utilizadas
Fase 4 (Orientación Libre)	A partir de la fase previa y con una nueva colección de triángulos con diferentes características, se solicita a los alumnos que identifiquen las líneas que dividen las figuras en regiones con la misma área.



---

Fase 5 (Integración)	<p>El profesor induce al estudiante a resumir lo observado, enfatizando:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-La propiedad de las líneas de equilibrio de partir la figura en “regiones” con la misma área.</li> <li>-Estrategias para asegurar que las líneas elegidas dividen a la figura en regiones con áreas iguales.</li> <li>-La construcción de líneas óptimas que parten a la figura en dos regiones con la misma área, que pasan por vértices y puntos medios de lados opuestos (mediana).</li> </ul>
-------------------------	--

---

De manera similar, se construyen cuadros esquemáticos para los distintos temas y niveles de razonamiento, limitando el análisis a los primeros cuatro niveles de razonamiento. En las tablas se describen las fases de aprendizaje para cada nivel de razonamiento.

En cuanto a la estructura de las tablas, en todas se inicia con la etapa de presentación de la problemática, socializando los aspectos generales y la terminología de apertura (información), posteriormente se comparten las instrucciones puntuales para resolver la situación asignada (orientación dirigida). Al dedicar tiempo de trabajo y conseguir respuestas de los estudiantes, se continua con la exteriorización de lo obtenido y presentando los nuevos términos que describen la situación de interés (explicitación), cuando la nueva terminología y estrategias han sido compartidas entre los estudiantes, se procede a una segunda etapa de exploración (orientación libre); para finalizar se incorpora una etapa donde se resumen los elementos clave (integración).

### Instrumentos de recolección de información

Aunque la observación participativa es una técnica recurrente en las distintas etapas de la investigación, se asigna mayor peso a dos exámenes de contenidos, los cuales son los instrumentos de apoyo para responder a dos de los objetivos de investigación. El primero es un examen de 10 preguntas de opción múltiple, el cual solicitaba la elección de la respuesta correcta sobre definiciones y construcciones utilizadas durante el curso (Figura 2). Con la finalidad de inhibir elecciones al azar de las respuestas, se dio la indicación de penalizar las respuestas incorrectas y agregar la opción “no sé”, la cual sumaba puntajes al desempeño y aporta confiabilidad al instrumento.



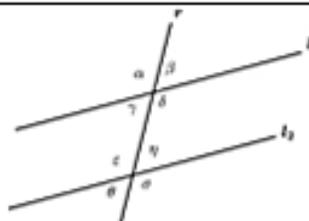
Figura 2. Primer instrumento de recopilación de información (preguntas de opción múltiple)

Nombre: \_\_\_\_\_

Calificación: 

Para cada reactivo, utiliza el espacio de la izquierda y selecciona **SÓLO** una de las opciones de respuesta. Todas las preguntas tienen un valor de 10 puntos e incluyen la opción de respuesta **NO SÉ**, se recomienda utilizarla cuando se desconozca la respuesta y tendrá un valor de 2 puntos.

En la siguiente figura, se representa el caso en que dadas dos rectas paralelas ( $l_1$  y  $l_2$ ), y otra recta transversal a ellas ( $r$ ), se forman ocho ángulos que pueden distinguirse mediante las letras griegas que los denotan.



- C1. A partir de la figura anterior, los  $\beta$  y  $\eta$  son iguales y se llaman \_\_\_\_\_
- ángulos alternos internos
  - ángulos alternos externos
  - ángulos correspondientes
  - ángulos suplementarios
  - No sé
- C2. A partir de la figura anterior, los  $\gamma$  y  $\eta$  son iguales y se llaman \_\_\_\_\_
- ángulos alternos internos
  - ángulos alternos externos
  - ángulos correspondientes
  - ángulos suplementarios
  - No sé
- C3. A partir de la figura anterior, los  $\beta$  y  $\theta$  son iguales y se llaman \_\_\_\_\_
- ángulos alternos internos
  - ángulos alternos externos
  - ángulos correspondientes
  - ángulos suplementarios
  - No sé
- C4. ¿Cuál de los siguientes **NO** es un criterio de congruencia de triángulos?
- |        |          |
|--------|----------|
| a) ALA | d) LLL   |
| b) LAL | e) No sé |
| c) LLA |          |
- C5. En el caso de los triángulos ¿cuál es la recta notable que se forma al unir un vértice con el punto medio del lado opuesto?
- Bisectriz
  - Mediana
  - Mediatriz
  - Altura
  - No sé

- C6. En el caso de los triángulos ¿cuál es la recta notable que se forma al construir una perpendicular que pasa por el punto medio de un lado (segmento)?
- Bisectriz
  - Mediana
  - Mediatriz
  - Altura
  - No sé

- C7. En la imagen inferior se indica el proceso de construcción de una recta notable ¿cuál es el nombre que recibe el trazo final?



- Bisectriz
- Mediana
- Mediatriz
- Altura
- No sé

- C8. En el caso de los triángulos ¿cuál es el punto notable que se define como la intersección de las mediatrices de un triángulo?
- Baricentro
  - Circuncentro
  - Incentro
  - Ortocentro
  - No sé

- C9. En el caso de los triángulos ¿cuál es el punto notable que se define como la intersección de las medianas de un triángulo?
- Baricentro
  - Circuncentro
  - Incentro
  - Ortocentro
  - No sé

- C10. En el caso de los triángulos ¿cuál es el punto notable que se define como la intersección de las bisectrices de un triángulo?
- Baricentro
  - Circuncentro
  - Incentro
  - Ortocentro
  - No sé

El segundo instrumento es un examen de 20 reactivos (Figura 3), donde en cada uno se solicita la elección de falso o verdadero sobre proposiciones que requieren la integración de los elementos del curso. De manera similar al examen previo, se notificó a los alumnos de una penalización por respuestas erróneas, por lo que varias de las proposiciones no fueron respondidas, aportando certidumbre a la información.



Figura 3. Segundo instrumento de recopilación de información (proposiciones de falso y verdadero)

Nombre: \_\_\_\_\_

Para cada reactivo, utiliza el espacio de la izquierda para determinar si la proposición es Verdadera (V) o Falsa (F). Cada respuesta correcta tiene un valor de 5 puntos y las afirmaciones erróneas serán penalizadas con 2.5 puntos negativos, los recuadros vacíos no serán considerados como error ni acierto (0 puntos).

V o F	PROPOSICIÓN
	<b>P1.</b> Todos los triángulos escalenos son obtusángulos.
	<b>P2.</b> Todos los triángulos equiláteros son acutángulos.
	<b>P3.</b> Los triángulos isósceles no son triángulos rectángulos.
	<b>P4.</b> Los triángulos escalenos no son triángulos rectángulos.
	<b>P5.</b> La bisectriz de un ángulo es el segmento que se encuentra a la misma distancia de los dos lados que lo forman.
	<b>P6.</b> La mediana es la recta que se forma por los puntos que se encuentran a la misma distancia de dos puntos dados (extremos de un segmento).
	<b>P7.</b> El circuncentro (intersección de mediatrices), es un punto notable que se encuentra dentro del triángulo si el triángulo es rectángulo.
	<b>P8.</b> El circuncentro (intersección de mediatrices), es un punto notable que se encuentra fuera del triángulo si el triángulo es obtusángulo.
	<b>P9.</b> El ortocentro (intersección de alturas), es un punto notable que se encuentra en un vértice del triángulo si el triángulo es rectángulo.
	<b>P10.</b> El baricentro (intersección de medianas), es un punto notable que se encuentra fuera del triángulo si el triángulo es obtusángulo.
	<b>P11.</b> El baricentro (intersección de medianas), es un punto notable que se encuentra dentro del triángulo si el triángulo es rectángulo.
	<b>P12.</b> El incentro (intersección de bisectrices), es un punto notable que puede ubicarse fuera del triángulo.
	<b>P13.</b> El baricentro y circuncentro coinciden si el triángulo es isósceles.
	<b>P14.</b> Los puntos notables (incentro, baricentro, circuncentro y ortocentro) coinciden si el triángulo es equilátero.

V o F	PROPOSICIÓN
	<b>P15.</b> Las diagonales de un rectángulo se cortan en los puntos medios.
	<b>P16.</b> Las diagonales de un cuadrado dividen la figura en cuatro triángulos equiláteros.
	<b>P17.</b> Se puede construir un triángulo congruente a otro a partir de conocer dos lados y el ángulo que forman entre ellos.
	<b>P18.</b> Los triángulos que son congruentes también son semejantes.
	<b>*P19.</b> Un pentágono regular se divide en cinco triángulos equiláteros al unir cada vértice con el centro de la figura.
	<b>*P20.</b> Una versión equivalente del Teorema de Pitágoras es "En un triángulo rectángulo, el lado opuesto al ángulo recto es igual a la suma de los lados que forman el ángulo recto".

Para facilitar el procesamiento de la información contenida, a los reactivos del primer instrumento se les asignó la etiqueta C, por referirse a conceptos; mientras que los reactivos del examen de proposiciones tienen como asignación la letra P. Una precisión adicional, es que los instrumentos fueron diseñados como herramienta para evaluar el desempeño de los estudiantes durante el curso de razonamiento geométrico, por lo que se omiten los reactivos que no están asociados a la temática de puntos y rectas notables de triángulos, tal es el caso de C1, C4, P4, P16, P20, entre otros.

En la Tabla 3, se presentan los reactivos que fueron considerados para el presente trabajo, además de precisar el aspecto cognitivo y disciplinar que mide cada uno, asignando una categoría de la taxonomía de Bloom y un nivel de razonamiento de Van Hiele.

Tabla 3. Asignación de niveles de la taxonomía de Bloom y Van Hiele

Reactivo	Objetivo de aprendizaje (Taxonomía de Bloom)		Nivel de razonamiento de Van Hiele
C8 C9 C10	Definir los puntos notables a partir de la intersección de las rectas notables.	Conocimiento	
C5 C6 P5 P6	Discriminar entre las rectas notables a partir de sus propiedades.	Comprensión	Nivel 2
C7 P7 P8 P9 P10 P11 P12	Discriminar entre las rectas notables a partir de la secuencia de construcción. Obtener la ubicación de puntos notables en distintos tipos de triángulos.	Aplicación	Nivel 3
P13 P14	Comparar la ubicación de puntos notables en distintos tipos de triángulos.	Análisis	Nivel 4

Para precisar la construcción de la tabla anterior, la pregunta C5 solicita al estudiante que reconozca la recta notable que se forma al unir un vértice con el punto medio del lado opuesto, en este punto se debe considerar que la presentación de la medianas no incorporó construcciones geométricas tradicionales (de regla y compás) y fueron introducidas al curso como “líneas de equilibrio”, por lo que el estudiante que responda correctamente debe ser capaz de abstraer o traducir las versiones originales de la información (comprensión) e identificar las propiedades de los objetos y deducir nuevas relaciones de manera informal (nivel de razonamiento dos, de análisis)

Un segundo ejemplo de la tipología es la pregunta P14, donde se solicita que el estudiante reconozca que los puntos notables coinciden en triángulos equiláteros; a este reactivo se le asignó la categoría de análisis de Bloom, por requerir la descomposición de la proposición en la ubicación independiente de los puntos



notables y el descubrimiento de la coincidencia entre ellos. En cambio, la asignación del nivel de deducción (nivel 4) por la descomposición de la proposición en cuatro las proposiciones independientes, además del proceso de generalización que permite hablar de puntos notables equivalentes.

La definición de los distintos objetivos con la taxonomía de Bloom y las características de la teoría de Van Hiele, es lo que permite asignar un nivel de razonamiento y categoría cognitiva a cada alumno, por lo que será posible agruparlos y evaluar la incidencia de la práctica docente en cada uno de los subgrupos definidos.

## Análisis de resultados

En el presente apartado serán descritos tres elementos: el contexto de la recopilación de la información, las consideraciones para la asignación de las categorías y una valoración global sobre la interpretación de la información.

Los instrumentos de exploración consistieron en dos cuestionarios, los cuales fueron presentados como exámenes para evaluación de la materia, por lo que fueron resueltos con la seriedad esperada. Cada grupo completó ambos instrumentos en una sesión de una hora y cuarenta minutos (como evaluación de bloque de su respectivo curso).

Una vez completada la aplicación, las respuestas de interés fueron organizadas en tablas para el procesamiento y la asignación a cada alumno. Como muestra de la totalidad de datos procesados se comparte la Figura 4, la cual contiene las respuestas de solo ocho estudiantes del primer grupo (de 24 alumnos), donde cada renglón representa un sujeto de estudio y las columnas contienen las respuestas ofrecidas por el alumno, el código 1 se asignó al acierto y el 0 para error en la respuesta.

Figura 4. Sección de tabla con respuestas de alumnos de primer grupo

	Conocimiento			Comprensión				Aplicación						Análisis		
	C8	C9	C10	C5	C6	C7	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14
A1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
A2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
A3	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1
A4	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1
A5	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1
A6	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
A7	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0
A8	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1

Como se mencionó previamente, se omitieron reactivos que no fueron asociados con la temática de rectas y puntos notables de triángulos, además se reorganizó la información para agruparla por niveles taxonómicos de Bloom, la nueva información se presenta en la Figura 5 e indica el total de reactivos de cada nivel que fueron respondidos de manera correcta.

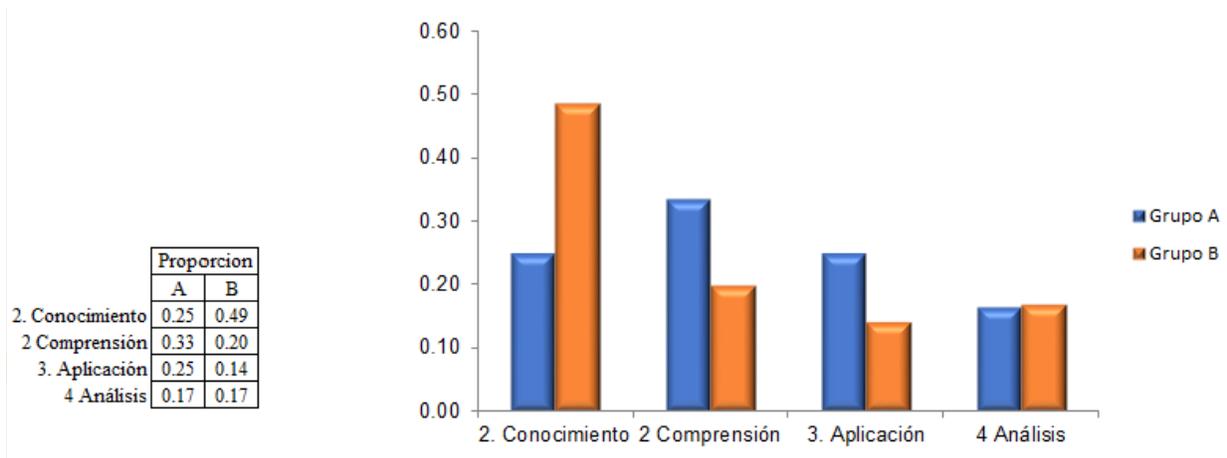


Figura 5. Sección de tabla con resumen de respuestas de alumnos

	Conocimiento	Comprensión	Aplicación	Análisis
<b>A1</b>	3	4	4	1
<b>A2</b>	3	4	2	0
<b>A3</b>	3	5	4	1
<b>A4</b>	0	4	4	1
<b>A5</b>	1	2	3	1
<b>A6</b>	1	2	6	2
<b>A7</b>	1	4	2	1
<b>A8</b>	1	4	4	1

Para la asignación de una categoría de Bloom-Van Hiele a cada alumno, se consideró elegir el nivel máximo donde se manifieste un dominio de, al menos, el 80% de los reactivos asociados, esto quiere decir que es necesario responder correctamente a los dos reactivos de análisis para recibir tal categoría, pero es permitido un error en las cinco preguntas de comprensión para obtener tal asignación. Al realizar lo propio con todos los alumnos y procesar la información de manera independiente entre los grupos, las asignaciones finales se presentan en el gráfico de la Figura 6, donde los grupos de estudio se diferencian a partir del color y cada par de columnas contiguas se traduce a una de las categorías de interés, teniendo en cuenta que la cantidad de individuos es distinta en cada grupo, la información se tradujo a proporciones.

Figura 6. Asignaciones de nivel para los grupos de estudio



A partir de la información, resulta evidente el empate de la categoría más alta, por lo que se interpreta que los estudiantes destacados representan la misma proporción en sus respectivos grupos. Las diferencias se aprecian en el resto de las categorías, siendo el nivel de conocimiento donde se presenta la mayor diferencia de proporciones, teniendo en cuenta que el grupo de color naranja es el formado por los 35 estudiantes de la segunda generación del programa, es factible suponer que la primera experiencia docente logró incidir de manera positiva en una proporción mayor de los alumnos. La suposición de que la categoría de conocimiento es más alta en el segundo grupo decidió afrontarse con una prueba de hipótesis para proporciones, con un nivel de significancia de 5%, considerando el estadístico de contraste de  $Z_{\alpha} = 1.644$  se tienen suficientes



elementos para considerar que el resultado no es fruto de la muestra y se debe reflexionar con mayor profundidad sobre las condiciones y características de la primera implementación, las cuales fueron más benéficas para el grupo involucrado.

Al confirmar una diferencia significativa en el primer nivel de la taxonomía (conocimiento), se explican los resultados en los niveles de comprensión y aplicación, ya que los alumnos faltantes del primer nivel lograron alcanzar una categoría superior en la primera generación de estudiantes.

## Conclusiones

Desde la perspectiva cualitativa, la técnica de observación participativa aporta experiencias enriquecedoras para la valoración de la práctica docente, pero es necesario sistematizar tales observaciones para aportar conclusiones generalizables. Un elemento adicional es la valoración de la idoneidad de los instrumentos y la pertinencia de incorporar nuevas estrategias de recopilación de información.

Al margen de las áreas de oportunidad, la experiencia metodológica compartida representa un esfuerzo de integrar las competencias profesionales y disciplinares declaradas en el plan de estudios 2018, asociando la implementación de marcos teóricos y epistemológicos de las matemáticas con el conocimiento disciplinar, todo con la finalidad de conformar marcos explicativos y de intervención eficaces.

En cuanto a los objetivos de la investigación, se reconoce que los conocimientos geométricos sobre los puntos y rectas notables son bastante variados entre los futuros docentes, por lo que se genera y mantiene una expectativa de 17% de docentes egresados sobresalientes y altamente competentes en contenidos geométricos, además de dimensionar el efecto de resultados que muestran un retroceso en el desarrollo de los estudiantes entre generaciones. Lo anterior permite reflexionar sobre la práctica docente e incorporar modificaciones en las actividades que no generaron resultados positivos, además de mantener aquellas que si favorecen el aprendizaje de los alumnos.

En cuanto a la evaluación de la práctica docente, la metodología presentada en el trabajo se convierte en una aportación para la toma de decisiones a partir de información cuantitativa, brindando al docente diferentes herramientas estadísticas y generalizables a otros campos disciplinares.

## Referencias

- Bloom, B.S. and Krathwohl, D. R. (1956). *Taxonomy of Educational Objectives: The Classification of Educational Goals*, by a committee of college and university examiners. Handbook I: Cognitive Domain. New York: Longman, Green.
- Chacara, M. (2004). *Las nociones de isometría en el plano, estudiadas a través del Modelo de Van Hiele, enriquecido con principios constructivistas*. Tesis presentada para obtener el grado de maestría en la Universidad de Sonora. México.
- DEGESuM (2018). *Planes 2018, Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*. Recuperado el 1 de febrero de 2021 de: [www.cevie-dgespe.com/index.php/planes-de-estudios-2018/120](http://www.cevie-dgespe.com/index.php/planes-de-estudios-2018/120)
- Gutierrez, A., Jaime, A., Fortuny, J. (1993). An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the Van Hiele levels. *Journal for Research in Mathematics Education* 22 (3), 237-251.
- Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: La enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento*. Tesis doctoral, Departamento de didáctica de las matemáticas. Universidad de Valencia.



- SEP (2018). *Razonamiento geométrico*. Dirección General de Educación Superior para Profesionales de la Educación. México. Recuperado el 1 de febrero de 2021 de: [www.cevie-dgespe.com/documentos/1405b.pdf](http://www.cevie-dgespe.com/documentos/1405b.pdf)
- Quiñonez, M (2011). *Categorías de Demostración Enmarcadas en la Teoría de Van Hiele con Principios Constructivistas*. Tesis presentada para obtener el grado de maestría en la Universidad de Sonora. México.
- Van Hiele, P. (1957). *El problema de la comprensión: La conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría*. Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Matemáticas y Ciencias Naturales. Universidad Real de Utrecht. Países Bajos.

**Cómo citar este artículo:** Quiñonez Ayala, M. A. (2021). Evaluación de conocimientos geométricos en futuros docentes de matemáticas. Estudio de casos de las generaciones 2018-2022 y 2019-2023. *SAHUARUS. REVISTA ELECTRÓNICA DE MATEMÁTICAS*, (5) 1, pp. 127-142

