

## Pensamiento geométrico: una experiencia de trabajo con profesores de matemáticas de secundaria

María Antonieta Rodríguez-Ibarra<sup>1</sup> y Gisela Montiel Espinosa<sup>2</sup>

e-mail: <sup>1</sup>mariaantonieta.rodriguez@unison.mx, <sup>2</sup>gmontiele@cinvestav.mx  
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional

### Resumen

*Reconociendo que una parte importante del pensamiento matemático, el cual se busca promover en los estudiantes en su paso por las aulas de educación básica, es el pensamiento geométrico, se inició una investigación alrededor de éste con profesores de matemáticas de secundaria en México. Después de identificar que la matemática escolar tiende a priorizar procesos aritméticos y algebraicos, dejando de lado los estrictamente geométricos, se diseñaron situaciones de aprendizaje con sustento socioepistemológico que buscan promover, vía tareas no convencionales, el desarrollo del pensamiento geométrico. Presentamos la experiencia de trabajar una de las situaciones diseñadas con un grupo de profesores en servicio, para lo cual se utilizó una metodología específica de desarrollo docente.*

**Palabras clave:** Pensamiento geométrico, profesores de matemáticas, escuela secundaria, confrontación-resignificación, saberes docentes.

**Recibido** 7 de febrero de 2021

**Aceptado** 12 de abril de 2021

### Introducción

En México, el estudio de la geometría se inicia en el nivel básico, el cuál comprende preescolar, primaria y secundaria (de los 4 a los 15 años). Al ser una parte de las matemáticas presente en gran parte del currículo escolar, se espera que los estudiantes que hayan cursado este nivel tengan las competencias matemáticas que marca el perfil de egreso y en particular, que hayan desarrollado un pensamiento geométrico que les permita resolver problemas acordes a su nivel.

Sin embargo, algunas evaluaciones estandarizadas aplicadas a los estudiantes muestran resultados poco favorables. Por mencionar el caso de una prueba nacional representativa, los resultados de la prueba PLANEA 2017, aplicada a estudiantes de 3er grado de secundaria, reportan que solo un 8.6% de los estudiantes se ubican en el nivel III de logro; en el cual se establece que deben “resolver problemas relativos con la imaginación espacial (sólidos de revolución)” (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación, 2017, p. 10).

La problemática principal radica en que la matemática escolar tiende a priorizar las aproximaciones aritméticas (en el nivel básico) y algebraicas (en el nivel medio) cuando se abordan los temas geométricos (Sinclair y Bruce, 2015; Sinclair, Cirillo y de Villiers, 2017); dejando de lado aquellos vinculados con la forma, espacio y medida, que es uno de los ejes en los que se divide la educación matemática en secundaria y donde se abordan principalmente los contenidos geométricos. Esto provoca que los diagramas, mapas, gráficos o figuras se conviertan, en el mejor de los casos, en representaciones ilustrativas de los conceptos matemáticos. Es decir, la geometría escolar no da la oportunidad de desarrollar el pensamiento geométrico porque está centrada en el dominio de objetos (definiciones, técnicas y algoritmos), cuya institucionalización, es predominantemente aritmética o algebraica.

Dado este panorama, se reconoce necesario generar escenarios de trabajo con profesores en donde se cambié la perspectiva de investigación, es decir, no centrarse sólo en la forma cómo enseñan los profesores y cómo aprenden los estudiantes sino orientada a atender el qué enseñamos y qué aprendemos, cuando abordamos los contenidos geométricos. Para ir más allá de la descripción del estado actual, planteamos hacerlo modificando eso que tradicionalmente se enseña, en un escenario de trabajo con profesores de matemáticas de secundaria en servicio; poniendo énfasis en el trabajo geométrico.

Varias interrogantes surgen al tomar esta perspectiva: ¿cómo se da este cambio de trabajo con el profesor?, ¿confrontar los acercamientos aritmético/algebraico con el trabajo geométrico, enriquece la práctica del profesor?, ¿se provoca un proceso de desarrollo del pensamiento geométrico?, ¿se movilizan otros conocimientos del profesor al poner atención y modificar ‘el qué enseñamos’?

Para acotar nuestro objeto de estudio y elegir la pregunta específica de investigación, hubo que documentar con detalle el fenómeno y elegir con cuidado los componentes teóricos de la investigación.

## 1 Geometría escolar: abandono del trabajo geométrico

La geometría ha formado parte de la matemática escolar, sin embargo ha sufrido, al igual que otros contenidos curriculares, modificaciones a lo largo del tiempo. En este sentido se señala que:

...se ha priorizado la enseñanza de la geometría analítica, haciendo uso de herramientas algebraicas y dejando de lado la visualización de objetos geométricos y sus propiedades y es este aporte visual lo que añade a la geometría un factor que no se debe descuidar sobre todo en la resolución de problemas. (Mammana y Villani, 1998, p. 4)

Estos autores también señalan que para tener un impacto en las aulas en distintos niveles con relación al estudio de la geometría, se deben de considerar diferentes aspectos al momento de la enseñanza, tales como: lo visual, computacional, algebraico y diferentes aplicaciones.

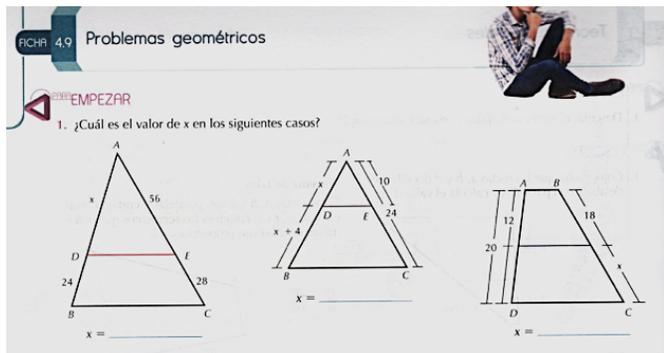
En muchos salones de clase, las construcciones con regla y compás han desaparecido, es decir, se ha abandonado el trabajo geométrico, priorizando otros como el algebraico; a pesar de que éste es una buena manera de aprender a analizar propiedades geométricas, nociones como congruencia, semejanza y simetría, construidas desde el trabajo geométrico, se consideran fundamentales para promover la argumentación, la cual es una de las competencias matemáticas a desarrollar en el nivel básico de nuestro país.

La matemática escolar no da la oportunidad de desarrollar el pensamiento geométrico porque está centrada en el dominio de objetos, cuya institucionalización, es predominantemente algebraica. Desafortunadamente, escolarmente sí se demanda de este pensamiento, sobre todo en las evaluaciones de ingreso a los niveles medio y superior, así como en las pruebas estandarizadas, nacionales e internacionales.

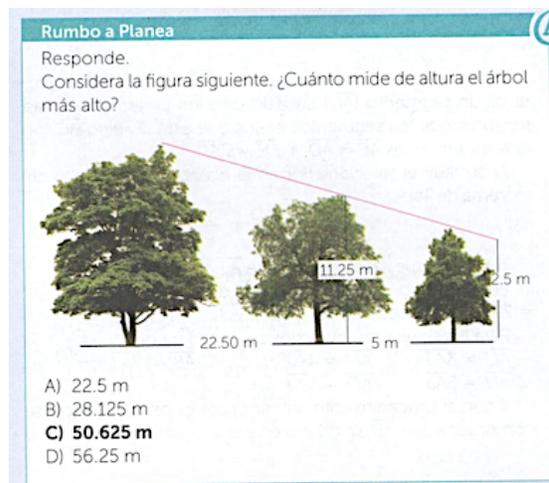
Por ejemplo, en la Figura 1a), se muestra un fragmento del libro *Matemáticas 3* (Matías, 2017), donde se solicita al estudiante el cálculo de un valor faltante en un problema enmarcado en un contexto intramatemático (evidentemente no cotidiano). Por otro lado, en la Figura 1b), se muestra un problema geométrico, de la guía del maestro de *Matemáticas 3* (Islas, 2016), que si bien se enmarca en un contexto extramatemático, igualmente se limita a encontrar un valor faltante en una figura (no un modelo de la situación real) en donde no se han cuidado las escalas.

Ambas tareas proporcionan al estudiante la información suficiente para tomar datos, de las figuras, y realizar cálculos con fórmulas dadas *a priori*. En ese sentido es que identificamos que aquello que se enseña y, consecuentemente, aquello que se aprende, no redundan en el desarrollo de un pensamiento geométrico, que es por naturaleza visual y espacial.





a)



b)

Figura 1: a) Ejemplo de problemas geométricos propuestos en el libro de texto Matemáticas 3, (Macías, 2017 p.49) b) Ejemplo de problema geométrico propuestos en el libro de texto Matemáticas 3 (Islas, 2016, p.124).

Si bien, desde los trabajos de investigación de Duval (2005) se habla de la importancia y el papel del proceso de construcción en el aprendizaje de la geometría, poca investigación se ha enfocado en este elemento (Sinclair, Cirillo, de Villiers, 2017) y, sobre todo, poco impacto ha tenido en la enseñanza. Sin embargo, esto ha cambiado ligeramente gracias a los Ambientes de Geometría Dinámica (AGD). Como mencionan Montiel y Scholz (2021), con relación a la enseñanza de la trigonometría:

... el trabajo geométrico demanda más tiempo para la actividad matemática y ésta puede ser una de las razones por las que el enfoque aritmético o algebraico domine en la escuela para enseñar el contenido trigonométrico. Al respecto, los ambientes de geometría dinámica aportan variables prácticas didácticas que pueden permitir reducir los tiempos y ampliar las exploraciones que realiza un estudiante en procesos de construcción geométrica. (p. 17)

Considerando tanto el valor pragmático como el valor epistémico de cada tecnología (AGD, lapiz-papel, manipulables, entre otras), la creación de un ecosistema híbrido (en el sentido de Rubio-Pizzorno y Montiel, 2020) puede favorecer la centración en el trabajo geométrico, donde se promuevan, además de la construcción de conocimientos geométricos, procesos visuales y espaciales, así como argumentaciones y validaciones; todos ellos fundamentales para el desarrollo del pensamiento geométrico.

## 2 Fundamento teórico

El cambio de atención hacia el ‘qué enseñamos y aprendemos’, se hace desde una postura que asume a la matemática como una actividad humana, eminentemente social; por ello se estudia a las personas haciendo matemáticas –tomando en consideración las circunstancias donde las hace– y no sólo a su producción matemática. Sin embargo, se entiende que, al trabajar con el profesor, su quehacer y dominio de conocimientos esté normado por un discurso Matemático Escolar, entendido éste como “un sistema de razón que ha normado las prácticas y representaciones sociales de los agentes educativos provocando un tipo de exclusión a partir de una violencia simbólica” (Cordero, Gómez, Silva-Crocci y Soto, 2015, p. 59). Cabe señalar que la exclusión a la que refieren es particular de la construcción social de conocimiento matemático, el cual es un planteamiento enmarcado en la teoría Socioepistemológica, cuyo componente social apunta



hacia la consideración de prácticas invariantes relacionadas con el uso del conocimiento matemático (Torres-Corrales y Montiel, 2020).

En este sentido, en la investigación nos interesó provocar, lo que en la teoría Socioepistemológica, en particular en la línea de empoderamiento docente, se ha denominado “un cambio en la relación del docente con el saber”, en este caso en particular con la geometría escolar; entender cómo se da este cambio, en términos de desarrollo del pensamiento geométrico; e identificar qué efectos tiene. Para el estudio de esto construimos un marco conceptual compuesto por los constructos de la teoría Socioepistemológica orientados a la *problematización de la matemática escolar* (Reyes-Gasperini, 2016; Montiel, 2016) y el constructo de *saberes docentes*, en la línea de investigación de Ruth Mercado (Mercado, 1991; 1994; Rockwell y Mercado, 1986).

## 2.1 Problematización de la matemática escolar

La especificidad de los fenómenos, objetos de estudio en la teoría Socioepistemológica, radica en la problematización del saber matemático, cuestionando su estatus de saber institucional como aquello que se “debe aprender/enseñar” y reconociendo sus usos en diversos escenarios (Montiel y Buendía, 2012). Dado esto último, dicha problematización se lleva a cabo desde modelos que organizan la actividad matemática en prácticas, organizaciones a las que se denominó *epistemologías de prácticas*. Éstas, en tanto aportaciones epistemológicas, fundamentaron los diseños didácticos que permitieron el diálogo, la interacción y la retroalimentación con la práctica educativa y, principalmente, dieron los primeros elementos para el trabajo con el profesor (Montiel, 2009; 2010; 2016).

Al hacer objeto de estudio la interacción del profesor con los resultados de investigación, provenientes de estudios socioepistemológicos, se identificaron momentos de confrontación y resignificación de la matemática escolar. En un principio se habló de confrontación de concepciones (García-Zatti y Montiel, 2008), sin embargo, las diversas experiencias de trabajo con profesores evidenció que dicha confrontación y posterior resignificación se da en relación a diversas cuestiones epistémicas: en el propio trabajo matemático del profesor, a partir de la construcción y reconocimiento de nuevos argumentos y procedimientos para la resolución de tareas (Montiel, 2005); en el reconocimiento de usos del conocimiento y construcción de significados en los estudiantes al valorar su actividad matemática, usando como referente los resultados de investigación y la experiencia propia con los diseños fundamentados (Montiel, 2010); y en la inclusión de prácticas que intencionalmente provoquen construcción de nuevos significados, en el diseño elaborado por los profesores participantes de un espacio de desarrollo profesional docente (Montiel, 2016). A partir de estas experiencias de trabajo e investigación se reconoce que la confrontación permite al docente “valorar los significados construidos en torno al discurso Matemático Escolar, para evidenciar que existen otros, propios de la matemática en juego, que se invisibilizan o se pierden en el proceso de transposición didáctica” (Rubio-Pizzorno, 2018).

En los trabajos de Montiel, se identifica esta confrontación como necesaria para lograr que la *matemática escolar* sea resignificada por el profesor, que es el saber con el que interactúa en su práctica; lo que constituyó uno de los puntos de partida del estudio, sobre empoderamiento docente, de Reyes-Gasperini (2016). En esta línea de trabajo e investigación, Reyes-Gasperini (2016) caracteriza la relación que se logra entre el docente y el saber como *problematización de la matemática escolar*, como aquello que propicia un cambio de relación con el conocimiento matemático escolar, relación sustentada en prácticas que a su vez genera una nueva dinámica docente en distintas dimensiones de su práctica. Lograr trastocar todas estas dimensiones es el objetivo del programa de empoderamiento. Nuestra investigación, si bien requiere de provocar un cambio en la relación del docente con la matemática escolar, a propósito de la escasez de investigaciones socioepistemológicas relativas al pensamiento geométrico, comenzará estudiando los momentos de



confrontación y resignificación en situación de aprendizaje con el docente; siguiendo la ruta de trabajo e investigación de Montiel (2005, 2009, 2010, 2016).

En este sentido nos planteamos la siguiente pregunta ¿confrontar los acercamientos aritmético/algebraico con el trabajo geométrico, da a los profesores la oportunidad de construir nuevos significados alrededor de la geometría escolar?

### 2.1.2 Situaciones de aprendizaje

Para lograr la confrontación, en aprendizaje personal y colectivo con los profesores, se han diseñado *situaciones de aprendizaje*, tomando en consideración el doble uso que se le da en la teoría socioepistemológica al término: primero como el dispositivo que desata la acción del individuo (la situación) y luego como el propio estado que induce el diseño (estar en situación). Al respecto, Reyes-Gasperini (2011) señala que “un individuo no se encuentra en situación de aprender en cualquier circunstancia, ésta hay que propiciarla. Los elementos que colaboran a ello es que el diseño sea contextualizado a la cotidianidad de la persona, se parta de su propia realidad” (p. 44).

Como dispositivo, la situación de aprendizaje puede propiciar en el profesor la problematización de la matemática escolar: cuestiona el estatus de la matemática como una verdad única y como un conocimiento acabado, para admitir que es susceptible de construcción y por lo tanto de resignificación (Reyes-Gasperini, 2016). Para esta investigación se han diseñado situaciones de aprendizaje que buscan que el profesor reconozca que, si bien algunas tareas son de una naturaleza, por ejemplo, algebraica o aritmética se pueden trabajar de otras formas de interacción matemática a fin de desarrollar una diversidad de saberes.

Se sugiere que, al momento del diseño de las situaciones de aprendizaje, se considere partir de preguntas que motiven la acción del profesor, que sean interesantes y tenga un contexto situacional acorde a él.

### 2.2 Saberes docentes

Para identificar si se movilizan otros conocimientos del profesor al poner atención y modificar ‘el qué enseñamos’, se decidió incorporar a esta investigación el constructo teórico *Saberes Docentes*, que son entendidos como el “conocimiento que los maestros tienen sobre la enseñanza y que desarrollan durante el ejercicio cotidiano de la docencia” (Rockwell y Mercado, 1986; Mercado, 1991, 1994) citado por (Mercado, 2014, p.11). Si bien, las situaciones de aprendizaje se han diseñado para que se desarrollen fuera del aula de clase, se reconoce que el profesor continuamente piensa en sus estudiantes y en lo que estos harían al intentar resolverlas.

Mercado señala también en su investigación cómo los alumnos siempre están presentes en el diálogo que los profesores establecen con diferentes voces durante la enseñanza, así como, en las decisiones que los profesores toman antes y durante la enseñanza y en muchas de sus dudas y reflexiones. De aquí que consideramos que el profesor, aunque esté en diferentes escenarios, nunca deja de ser profesor y siempre toma en consideración a su alumnado.

Mercado afirma que los maestros se apropian de los saberes necesarios para su enseñanza en diferentes ámbitos: en el trabajo en el aula, con la interacción con sus estudiantes, con los materiales curriculares, con sus colegas, con los padres y con toda noticia o información que les llega de la escuela pero también fuera de ella que esté relacionada con la enseñanza. (Mercado, 2014, p.14).

Así, nuestro interés estará en identificar los saberes que el profesor emplea ante las tareas que resuelvan en las situaciones de aprendizaje, saberes que coexisten de manera articulada en su quehacer, y que resultan decisivos en su relación con la matemática que enseña, pues el saber matemático está condicionado por saberes de lo situacional y de las circunstancias de la interacción social de sus estudiantes.



### 3. Fundamento metodológico

Por la complejidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje, conocer y comprender qué es lo que sucede en los salones de clases ha despertado el interés tanto de docentes como de investigadores, situación que ha derivado en el surgimiento de distintas metodologías de investigación orientadas a dar explicaciones respecto a ello. Una de éstas es la Investigación Basada en el Diseño, o simplemente investigación de diseño (Collins, Josep y Bielaczyc, 2004); en la que el diseño (instrumento para la obtención de datos) es una parte importante de la investigación, dicho diseño se basa en la investigación y a partir de su implementación se hace investigación. Ésta se desarrolla como una forma de hacer investigación cercana a la práctica educativa (intervencionista), a partir de la cual puedan construirse explicaciones teóricas realistas; sobre todo, se considera una metodología cíclica y reflexiva que va de la investigación a la práctica y viceversa.

Dentro de la Investigación basada en el Diseño (IBD), se enmarcan los experimentos de enseñanza y aunque la investigación ha usado esta metodología para el trabajo con estudiantes, sirvió de punto de partida para la propuesta de *Experimentos sobre el desarrollo del conocimiento de profesores en formación* (Simon, 2000), en los cuales un equipo de investigación ayuda, organiza y estudia la formación de los futuros docentes. Este planteamiento sirvió de guía metodológica para nuestra investigación.

#### 3.1 Experiencia de desarrollo docente (EDD)

Simon (2000) emplea el término “Experimento de Desarrollo Docente” (Teacher Development Experiment –TDE–, en inglés) para distinguirse de los experimentos de enseñanza, aunque reconoce que éstos son la base de los TDE, no están centrados en el profesor en formación o en servicio.

Se ha decidido no usar una traducción literal al español del nombre de la metodología y utilizar el término *experiencia* en lugar de *experimento*. Aunque desde la investigación basada en el diseño, el uso del término experimento no guarda relación con su empleo en estudios experimentales o cuasi-experimentales, en los cuales se trabaja con grupos control, en esta investigación, utilizaremos el término *experiencia*, por considerar que describe mejor el tipo de trabajo que se plantea desarrollar, además, desde nuestra postura teórica, no se estudiará **al** profesor, sino que se estudiará el trabajo logrado **con** él.

En esta metodología, el investigador promueve el desarrollo de los profesores como parte de un ciclo continuo de análisis e intervención, considerando que el desarrollo de los profesores de matemáticas implica tanto lo pedagógico como lo matemático, y éste sucede no sólo en las clases de matemáticas para los profesores, sino también en cursos de actualización, en su salón de clases, en discusiones con sus colegas, etc.

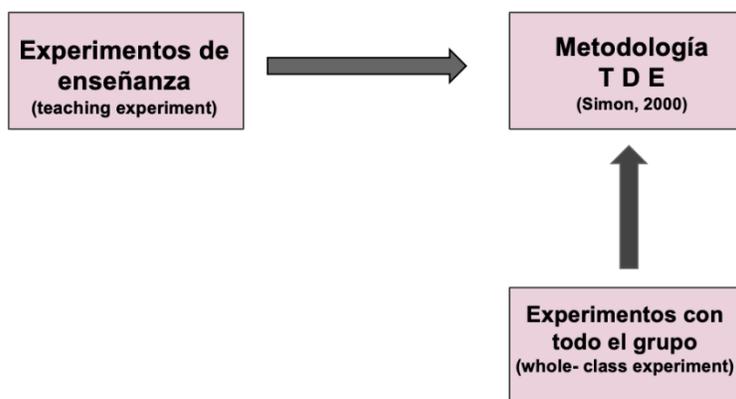


Figura 2. La metodología TDE se sustenta en los experimentos de enseñanza y los experimentos de todo el grupo. Fuente: elaboración propia.



Se distinguen tres participantes:

- 1) la profesora-investigadora, la cual es el responsable de la promoción del desarrollo del conocimiento a través de actividades planeadas;
- 2) los observadores, pieza clave en esta metodología ya que representan una perspectiva diferente que complementa a la profesora-investigadora;
- 3) los y las profesoras en servicio.

En esta metodología se requiere de dos niveles de análisis de los datos. El primero, el análisis en curso o continuo, que ocurre durante y entre las sesiones de trabajo con los profesores, son la base para las intervenciones espontáneas que puedan generar información adicional con el profesorado. El otro tipo de análisis es el retrospectivo, se enfoca en un bloque o conjunto total de las sesiones de trabajo con los profesores. Este análisis implica una cuidadosa revisión estructurada de todos los registros relevantes de la experiencia de enseñanza. El propósito de éste es continuar desarrollando modelos explicativos del desarrollo matemático de los profesores participantes de la experiencia. Así mismo, la metodología considera ciertas fases o etapas, las cuales han sido adaptadas de (Valverde, 2014):

- 1) Preparación para el estudio: se definen el problema e hipótesis de investigación, se diseñan los instrumentos de producción y recolección de datos.
- 2) Implementación: en esta etapa se efectúa la producción y recolección de los datos, así como el análisis en curso. Después de cada intervención es necesario que el equipo de investigación revise lo sucedido y de ser necesario se realicen los cambios pertinentes.
- 3) Análisis retrospectivo de los datos, esta etapa considera la organización y el análisis retrospectivo de los datos. También, se responde la pregunta de investigación o contrastan las hipótesis.

## 3.2 Preparación para el estudio

Tomando en consideración los elementos teóricos descritos anteriormente y los procesos de confrontación-significación que se buscaban provocar, se diseñaron situaciones de aprendizaje para trabajar con un grupo de profesores en servicio. Además, se diseñó un cuestionario que los profesores contestaron al inicio de la experiencia. El cuestionario abordaba aspectos técnicos de su formación, tales como: años de servicio, grado máximo de estudio, asistencia a cursos de formación, etc. También se les preguntó acerca de temas de carácter pedagógico, por ejemplo, cómo desarrollan ciertos temas geométricos en clase y qué tipo de ejercicios o problemas trabaja con sus estudiantes.

Se diseñó un cuaderno de notas para los observadores, para que se registrara por escrito aspectos importantes de la implementación, por mencionar algunos: las actitudes de los profesores ante ciertas tareas de la situación, el conocimiento matemático puesto en juego por parte de los profesores, el tipo de argumentos e ideas geométricas que surjan, la interacción entre la profesora-investigadora y los profesores, entre otros.

### 3.2.1 Situación de aprendizaje: Estimando la temperatura

Se reporta aquí una de las situaciones diseñadas sobre la estimación de la temperatura en algún punto intermedio entre dos ciudades, cuyas temperaturas se conocen, se inicia proporcionando información a los profesores respecto a quiénes son los encargados de registrar y estimar la temperatura en el país. Se pone a discusión para qué tipo de decisiones es importante conocer cuál será la temperatura de alguna ciudad. En este primer momento la intención es que los profesores se involucren e interesen en la situación. En una segunda parte de la actividad se empiezan a hacer cuestionamientos para que los profesores pongan en uso sus conocimientos respecto a la situación y hagan estimaciones de la temperatura de un punto que esté entre dos lugares dados. De manera colectiva se pone a discusión qué consideraciones se han tomado para hacer



las estimaciones y si habrá manera de validarlas. En un último momento, se orienta la discusión a un contexto geométrico, en el cual se trata de utilizar modelos que expliquen la situación, cerrando con una discusión colectiva centrada en diseñar un mecanismo que dé solución al planteamiento inicial. La actividad considera el uso de material manipulable, así como un applet de GeoGebra.

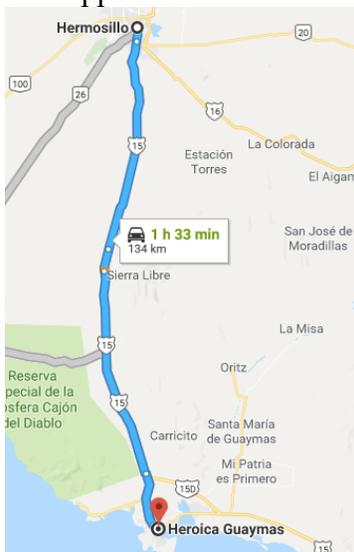


Figura 3. Mapa de la carretera entre las ciudades de Hermosillo y Guaymas (Google, s.f.). En la situación de aprendizaje se les pide a los profesores que, conociendo las temperaturas de Hermosillo y Guaymas, estimen temperaturas de puntos entre ellas.

## 4. Una experiencia de trabajo con profesores

Para conocer la pertinencia de la situación de aprendizaje, así como la manera en la que se desarrolla el trabajo geométrico y el papel que éste juega en la resolución de situación, se llevó a cabo una experiencia piloto, con un grupo de 5 profesores de matemáticas de secundaria (dos hombres y tres mujeres), en dos sesiones de 2.5 horas cada una. En la primera sesión, se les aplicó un cuestionario para conocer aspectos de su formación matemática y pedagógica.

La experiencia se desarrolló en las instalaciones de la Universidad de Sonora, en un salón equipado con mesas de trabajo. Se les pidió a los profesores participantes que llevaran su equipo de cómputo portátil. Se videograbaron las dos sesiones; se ubicaron dos videocámaras en partes estratégicas del aula a fin de que se tuvieran diferentes ángulos del salón y poder grabar las interacciones entre los participantes.

El equipo investigador estuvo conformado por la asesora de la investigación, la profesora-investigadora y dos observadores especialistas en Matemática Educativa. La profesora-investigadora y los observadores tuvieron una reunión previa para explorar y discutir la situación de aprendizaje, los objetivos de la puesta en escena y el instrumento de registro de datos de los observadores. Después de cada una de las sesiones, el equipo investigador discutió los aspectos más relevantes de la sesión (análisis en curso).

### 4.1 Resultados y análisis

Los profesores mostraron interés en la situación, mencionaron que les parecía útil conocer información climatología para la toma de ciertas decisiones; en la primera etapa, se puso a discusión bajo qué escenarios es posible estimar la temperatura y se expusieron los distintos métodos de resolución, de los cuáles, en todos los casos fueron aritméticos, aunque se hicieron algunos trazos en la imagen no se utilizaron de manera explícita aspectos geométricos. Dentro de los procedimientos el que más se utilizó fue el de calcular la media

o promedio de las temperaturas conocidas. En la Figura 4, se muestran las respuestas de dos participantes a la solicitud de estimar la temperatura de un punto a la mitad del camino entre Hermosillo y Guaymas.

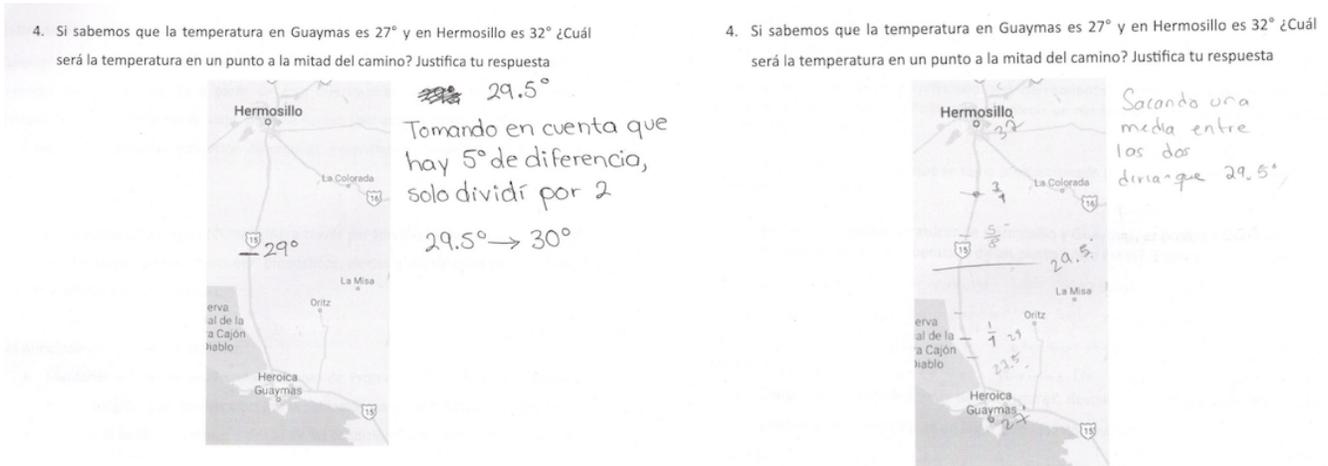


Figura 4. Respuesta de dos profesores a la pregunta 4 de la situación de aprendizaje.

Los profesores concluyeron que el procedimiento utilizado proporciona una buena estimación para los diferentes casos que se planteaban en la situación advirtiendo que es importante conocer ciertas características de las ciudades involucradas, por ejemplo, distancia entre ellas y aspectos geográficos. Sin embargo, como puede observarse en la Figura 4, no se proporcionaron justificaciones del por qué considerar el promedio o punto medio les brinda una buena estimación; las respuestas estaban más orientadas al cómo y no al por qué.

En una segunda fase, trabajando con el material manipulable (mapa de la Figura 3 y regleta) y el software de geometría dinámica, se les hicieron cuestionamientos directos acerca de cómo se podría abordar la situación de manera geométrica. Las primeras ideas geométricas que surgieron fue usar proyecciones, ángulos, proporcionalidad, sin que se concretara un procedimiento que resolviera la situación hasta que uno de los participantes sugirió el uso del Teorema de Tales y de manera grupal se resolvió la actividad usándolo.

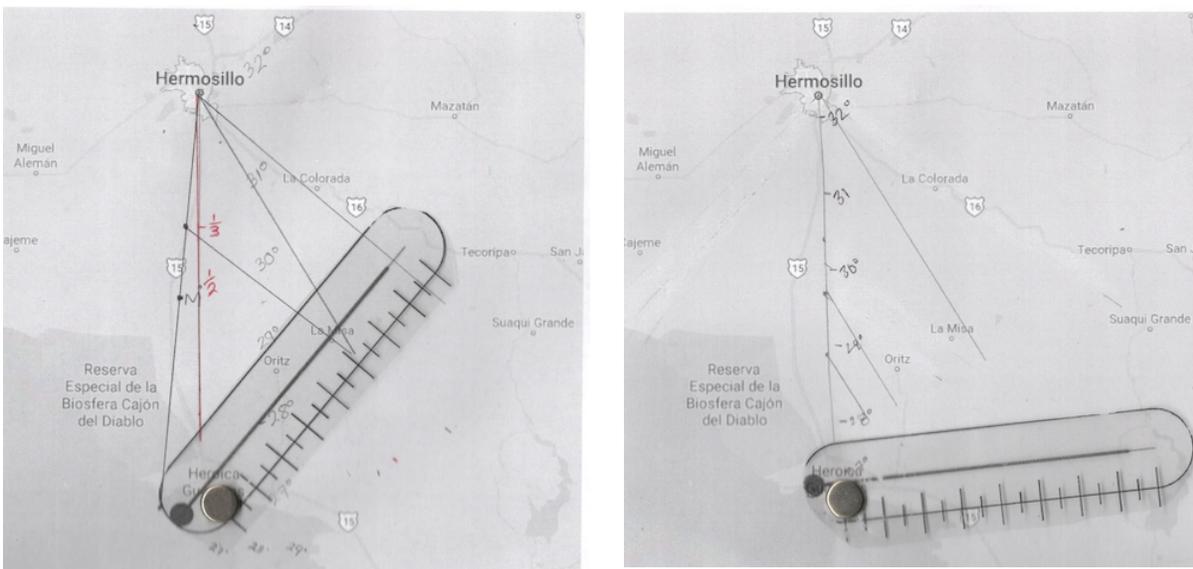
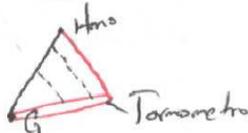


Figura 5. Material manipulable utilizado por dos profesores para resolver la situación.

Dentro de la etapa de cierre de la situación, se les pedía a los profesores que de manera individual, considerando las discusiones que se habían generado en el grupo y del trabajo con el software, describieran un método geométrico para estimar la temperatura de un lugar que esté entre dos ciudades conocidas. En la Figura 6 se muestran las respuestas de cuatro profesores, en donde podemos apreciar que aunque las respuestas están vinculadas al uso del teorema de Tales, la concreción con que se describe el método es distinto. En ninguna de las respuestas se rescata del todo la conclusión, en tanto al método geométrico, que se formuló en la discusión grupal. Sin embargo, se pone en evidencia que dado que la situación se los demandó, los profesores entran en un proceso de confrontación-resignificación que les permite resolver una misma tarea matemática (estimar la temperatura), a partir de nuevas estrategias y argumentos.

10. Conocidas las temperaturas de dos lugares, describe un método geométrico para estimar la temperatura de un lugar que esté entre ellos.

Realizando proyección del termómetro anclado sobre la línea que une las ciudades.



10. Conocidas las temperaturas de dos lugares, describe un método geométrico para estimar la temperatura de un lugar que esté entre ellos.

Surgió que ~~era~~ el teorema de Tales es una herramienta geométrica que nos puede apoyar en estas estimaciones

10. Conocidas las temperaturas de dos lugares, describe un método geométrico para estimar la temperatura de un lugar que esté entre ellos.

Teorema de Tales  
segmentos  
Planteando una relación entre dos ~~rectas~~, una de ellas es el segmento formado de Hermosillo a Guaymas y el otro sería el termómetro con un rango de  $27^{\circ}$  a  $32^{\circ}$

10. Conocidas las temperaturas de dos lugares, describe un método geométrico para estimar la temperatura de un lugar que esté entre ellos.

Con ayuda de la definición del teorema de Tales.  
Trabajando con triángulos, se escogería alguno de los dos lugares como vértice en común, y para mantener la proporcionalidad entre los lados que forman el ángulo del vértice en común, se tendría que mantener ~~una paralela~~ una paralelismo entre el lado opuesto del vértice

Figura 6. Respuesta de cuatro profesores a la pregunta 10 de la situación de aprendizaje.

También reconocemos evidencia del proceso de confrontación-resignificación cuando al pedirles que justifiquen por qué el método geométrico que describieron funciona (Figura 7), los profesores dan muestra

de una gama más amplia de formas de razonar y resolver la situación que al hacerlo de manera inicial con las aproximaciones aritméticas en donde, a pesar de que la actividad lo solicitaba, no se incluyeron argumentos del porqué su respuesta era correcta.

Si bien, las argumentaciones dadas en la pregunta 11 muestran algunas limitaciones, al menos en lo escrito por los profesores, creemos que el poner a discusión este tipo de situaciones enriquece los significados en torno a lo geométrico.

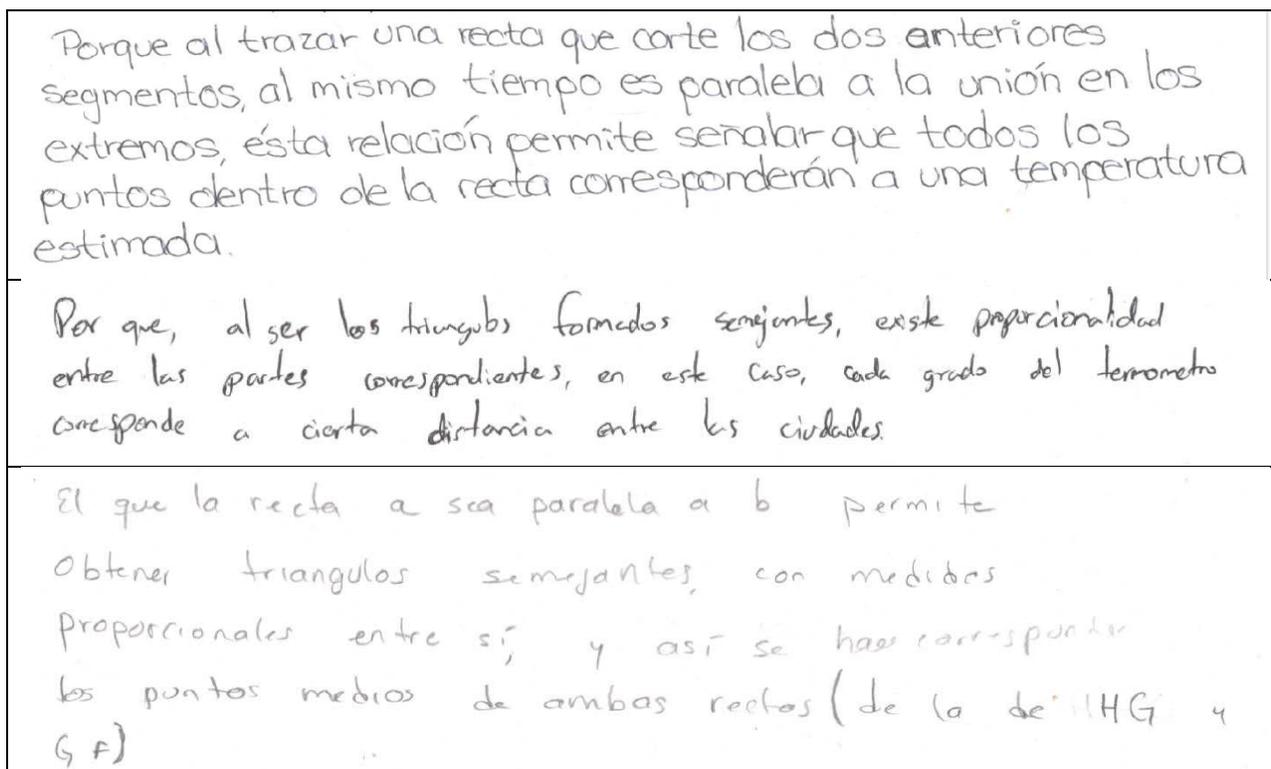


Figura 7. Respuesta de tres profesores a la pregunta 11 de la situación de aprendizaje.

Al final, en la discusión grupal, sin que la actividad se los demandara, los profesores reflexionaron respecto a las ventajas de introducir el teorema de Tales en un entorno geométrico contrastándolo con la manera en cómo usualmente lo promueven algunos libros de textos y cómo ellos lo han abordado en el aula. Sin embargo, concluyeron que aunque era posible resolver la situación de manera geométrica a sus estudiantes les resultaría más familiar utilizar métodos aritméticos-algebraicos.

## Conclusiones

A manera de reflexión final queremos señalar que, a partir de lo analizado en esta experiencia de trabajo con los profesores pudimos concluir que el diseño de la situación puede refinarse a fin de subsanar ciertos detalles de redacción, sin embargo, la aportación mayor fue la comprensión del problema que estamos abordando. El reconocer que, si bien los profesores mostraron apertura al trabajo geométrico, éste no surgió de manera natural o provocado inmediatamente por la actividad que se les proponía. Sin embargo, una vez que se puso a discusión grupal, los profesores lograron establecer relaciones entre los resultados que habían obtenido de



manera algebraica/aritmética con la resolución geométrica y, aún más, pudieron concluir que el abordar la situación de distintas maneras podría resultar enriquecedor para los estudiantes.

Respecto al uso de la metodología EDD, consideramos que brinda herramientas tanto para la producción y la recolección de datos en escenarios de trabajo con profesores. En particular reconocemos la importancia de contar con un equipo de investigación, ya que complementan la visión de la profesora-investigadora y enriquecen los análisis en curso y retrospectivos.

Otro aspecto importante que queremos destacar es que durante el desarrollo de toda la experiencia los profesores manifestaron estar pensando en el tipo de respuestas que sus alumnos darían ante los cuestionamientos o bien, cómo es que adaptarían la situación para llevarla al aula, poniendo especial interés en ajustarla para cumplir con los tiempos marcados por el programa y las condiciones de su salón. Aquí podemos reconocer que la fuente más importante en la conformación de los saberes docentes como una voz poderosa es la de los estudiantes.

Si bien, no se espera que los profesores reproduzcan con sus estudiantes lo vivido en esta experiencia, identificamos que vivenciar estos espacios de trabajo y reflexión puede aportar a que los profesores modifiquen de alguna manera sus prácticas en el aula a fin de que traten de incorporar o promover un mayor trabajo geométrico en ella, conscientes de la importancia que tiene.

Por último, consideramos que es necesario propiciar más espacios de trabajo con profesores donde se promuevan los momentos de confrontación-resignificación de la matemática escolar, en particular lo relativo a lo geométrico ya que les permite a los profesores vivir experiencias que encaminadas a desarrollar su pensamiento geométrico.

## Agradecimientos

Este trabajo fue realizado con apoyo otorgado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT; México).

## Referencias

- Collins, A., Joseph, D. y Bielaczyc, K. (2004).* Design research: Theoretical and methodological issues. *Journal of the Learning Sciences*, 13(1), 15-42.
- Cordero, F., Gómez, K., Silva-Crocci, H. y Soto, D. (2015).* El discurso matemático escolar: la adherencia, la exclusión y la opacidad. Barcelona, España: Gedisa.
- Duval, R. (2005).* Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: Développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et Sciences cognitives*, 10, 5–53.
- García-Zatti, M. y Montiel, G. (2008).* Resignificando la linealidad en una experiencia de educación a distancia en línea. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias REIEC*, 3(2), 12–26.
- Google. (s.f.).* [Mapa de ruta de Hermosillo-Guaymas, en Google maps]. Recuperado el 3 de Octubre, 2018, de: <https://www.google.com.mx/maps/dir/Guaymas,+Son./Hermosillo,+Son./@28.493431,-111.5390862,9z/data=!3m1!4b1!4m13!4m12!1m5!1m1!1s0x86c915f4b8d01def:0x96d95402e805f984!2m2!1d-110.9089378!2d27.9178651!1m5!1m1!1s0x86ce84687adfae5:0xb33d5395e9887ff9!2m2!1d-110.9559192!2d29.0729673>
- INEE (2017).* Plana Resultados nacionales 2017. Educación Media Superior.
- Mammana, C. y Villani, V. (1998).* Introduction. Section I. Geometry and Geometry-Teaching through the ages. En C. Mammana y V. Villani (eds.), *Perspectives on the The Teaching Geometry for the 21st Century*. Netherland: Kluwer Academic Publishers, pp.1- 4.



- Matemáticas 3*: Macía, M. (2017). Vive las Matemáticas para Resolver Problemas Cotidianos 3. Secundaria. México: Esfinge.
- Matemáticas 3*: Islas, K. (2016). Guía para el maestro. México DF.: Castillo
- Mercado, R. (1991). Los saberes docentes en el trabajo cotidiano de los maestros. *Infancia y aprendizaje*, 14(55), pp. 59-72.
- Mercado, R. (1994). Saberes and social voices in teaching. En Amelia Álvarez y Pablo del Río (Eds.) *Educations as Cultural Construction*. Madrid, Fundación Infancia y Aprendizaje y Universidad Complutense, pp. 61-68.
- Montiel, G. (2005). Interacciones en un escenario en línea. El papel de la socioepistemología en la resignificación del concepto de derivada. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(2), 219-235.
- Montiel, G. (2009). Formación docente a distancia en línea. Un modelo desde la matemática educativa. *Innovación Educativa*, 9(46), 89-95.
- Montiel, G. (2010). Hacia el rediseño del discurso: formación docente en línea centrada en la resignificación de la matemática escolar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(4-1), pp. 69-84.
- Montiel, G. (2016). Condiciones para la innovación educativa en el posgrado. *Perfiles Educativos*, 38(esp), pp. 101-115.
- Montiel, G. y Scholz, O. (2021). Entre la razón y la función. Construcción de significados sobre la relación trigonométrica en bachillerato. *Uno*, *Revista de Didáctica de las Matemáticas* 91, 10-17.
- Montiel, G. y Buendía, G. (2012). Un esquema metodológico para la investigación socioepistemológica: ejemplos e ilustraciones. En A. Rosas y A. Romo (eds.), *Metodología en matemática educativa: visiones y reflexiones*. México: Lectorum. Pp. 61-88
- Reyes-Gasperini, D. (2011), Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas, Tesis de Maestría, México, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.
- Reyes-Gasperini, D. (2016). Oaxaca: una transformación colectiva con impacto social y educativo. *Perfiles Educativos*, 38(esp), 37-66.
- Rockwell, E., y Mercado, R. (1986). La práctica docente y la formación de maestros. *DF México: DIE*.
- Rubio-Pizzorno, S. y Montiel, G. (2020). Ecosistemas Educativos Híbridos na pesquisa em Educação Matemática. En M. Basniak y S. Rubio-Pizzorno (Org.), *Perspectivas teórico-metodológicas em pesquisas que envolvem tecnologia na Educação Matemática: o GeoGebra em foco*, 119-157. Brasil: Pimenta Cultural. <https://doi.org/10.31560/pimentacultural/2020.472>
- Rubio-Pizzorno, S. (2018). Integración digital a la práctica docente en geometría. Tesis de Maestría no publicada. Cinvestav-IPN. DF: México.
- Secretaría de Educación Pública, (2017). Plan y programas de estudio. Educación Secundaria, México. SEP.
- Simon, M., (2000). Research on the development of mathematics teacher: The teacher development experiment. En Anthony Kelly y Richard Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 335-359.
- Sinclair, N. y Bruce, C. (2015). New opportunities in geometry education at the primary school. *ZDM Mathematics Education* 47(3), 319-329. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0693-4>
- Sinclair, N., Cirillo, M. y de Villiers, M. (2017). The learning and teaching of Geometry. En J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education*, 457-489.
- Steffe, L., y Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. En Anthony Kelly y Richard Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 267-306.
- Torres-Corrales, D. y Montiel, G. (2020). La desarticulación matemática en Ingeniería. Una alternativa para su estudio y atención, desde la Matemática Educativa. *Nóesis*. *Revista de Ciencias Sociales y Humanidades*, 29(58-1), 24-55. <http://dx.doi.org/10.20983/noesis.2020.3.2>
- Valverde, G. (2014). Experimentos de enseñanza: una alternativa metodológica para investigar en el contexto de la formación inicial de docentes. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*, 14(3), 1-20. [fecha de Consulta 29 de Julio de 2019]. ISSN: . Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=447/44732048014>



**Cómo citar este artículo:** Rodríguez Ibarra, M.A; Montiel Espinoza, G. (2021). Pensamiento geométrico: una experiencia de trabajo con profesores de matemáticas de secundaria. SAHUARUS. REVISTA ELECTRÓNICA DE MATEMÁTICAS, 5(1), pp 50-63.

